シンパ　3 かいめかだい

しけたい

ぼうじつさくせい

1.

1) 運動方程式：

$$
\begin{aligned}
\sigma \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(t, x) &= T \sin\theta(x + \Delta x) - T \sin\theta(x) \\
&= T \left[\frac{\partial u}{\partial x}(x + \Delta x) - \frac{\partial u}{\partial x}(x) \right] \\
&\simeq T \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t, x) \\
\therefore \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(t, x) &= \frac{T}{\sigma} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t, x)
\end{aligned}
$$

2) だいにゅーして

$$
\omega^2 = \frac{T}{\sigma} k^2
$$

3)

$$
\begin{aligned}
u(t, 0) &= A \sin\phi \cos(\omega t + \Delta) = 0 \quad \therefore \phi = 0 \\
\frac{\partial u}{\partial x}(t, L) &= kA \cos kL \cos(\omega t + \delta) = 0 \quad \therefore k = \frac{n + 1/2}{L} \pi
\end{aligned}
$$

4) 図は張ります。

3. 訂正あります！！

$f(x)$ の定義域を、偶関数か奇関数かにして $-L \leq x \leq L$ に拡大します。

偶関数なら $b_n = 0$、奇関数なら $a_n = 0$ になります。

$f(x) = a_0/2 + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos k_n x + b_n \sin k_n x]$ です。$k_n = \dfrac{n\pi}{L}$

をつっこんで以下の 2 つのうち 1 つを計算してください。

$$
\begin{aligned}
a_n &= \frac{1}{L} \int_{-L}^{L} f(x) \cos k_n x \mathrm{d}x \\
b_n &= \frac{1}{L} \int_{-L}^{L} f(x) \sin k_n x \mathrm{d}x
\end{aligned}
$$

$$
\text{結果は、}a_n = \begin{cases} \frac{2(L-l)}{L}a & (n=0) \\ 0 & (n=1,3,5,\cdots) \\ \frac{8a}{n^2\pi^2}\left(\cos\frac{n\pi}{L}l \quad -1\right) & (n=2,4,6,\cdots) \end{cases}
$$

$$
b_n = \begin{cases} \frac{8a}{n^2\pi^2}\sin\frac{n\pi}{L}l & (n=1,3,5,\cdots) \\ 0 & (n=2,4,6,\cdots) \end{cases}
$$

になるような希ガス... どちらか一方だけを書けばおｋ。

7.

波形の説明は別ファイルで。エネルギーについて、$f' = -g', (f')^2 = \frac{a^2}{d^2},$ を使って、

$$
\Delta K = \frac{T\Delta x}{2}[(f')^2 + (g'2) - 2f'g'] = 2T\Delta x\frac{a^2}{d^2}
$$

$$
\Delta U = \frac{T\Delta x}{2}[(f')^2 + (g'2) + 2f'g'] = 0
$$

$$
\text{よって、}U = 0, K = \int_{-2d}^{0} 2T\frac{a^2}{d^2}\mathrm{d}x = \frac{4Ta^2}{d}
$$

固定端では、$f' = g', (f')^2 = \frac{a^2}{d^2},$ なので、

$$
\Delta K = \frac{T\Delta x}{2}[(f')^2 + (g'2) - 2f'g'] = 0
$$

$$
\Delta U = \frac{T\Delta x}{2}[(f')^2 + (g'2) + 2f'g'] = 2T\Delta x\frac{a^2}{d^2}
$$

$$
\text{よって、}K = 0, U = \int_{-2d}^{0} 2T\frac{a^2}{d^2}\mathrm{d}x = \frac{4Ta^2}{d}
$$

9.$w = \sqrt{T/\sigma}$ とする。$t = 0$ は外力を与え始めた時とする。

1) 境界条件は、

$$
f(-L - wt) = vt = -\frac{v}{w}[(-L - wt) + L] \ \ (0 \leq t \leq \Delta t)
$$

$$
f(-L - wt) = v(2\Delta T - t) = \frac{v}{w}[(-L - wt) + 2\Delta T + L] \ \ (\Delta T \leq t \leq 2\Delta T)
$$

$-L - wt$ のところに $x - wt$ をだいにゅーすれば $t = t$ での波形がわかる.

____／＼____ていうかんじです。

2)$(f')^2 = \frac{v^2}{w^2}, \Delta E = T(f')^2\Delta x$ より、$E = 2v^2T\Delta T/w$。仕事は、上方向の力は、$T\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{vT}{w}$ なので、$W = \frac{vT}{w}\cdot 2v\Delta T = 2v^2T\Delta T/w$

3) 波形は、直線です。$f' = -g', (f')^2 = \frac{v^2}{w^2}$ より、7 の自由端のエネルギーと同様に計算して、

$$
U = 0
$$

$$
K = 2v^2T\Delta T/w
$$