

問 1 次の行列の行列式を計算せよ.

$$(i) \begin{pmatrix} x & i & 1 \\ -i & x & i \\ 1 & -i & x \end{pmatrix}; \quad (ii) \begin{pmatrix} b^2 + c^2 & ab & ca \\ ab & c^2 + a^2 & bc \\ ca & bc & a^2 + b^2 \end{pmatrix}$$

$$(iii) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & -1 \\ 7 & 2 & -4 & 1 \\ 19 & 6 & 0 & -3 \\ 22 & 7 & -1 & -3 \end{pmatrix}; \quad (iv) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & y & z & w \\ x^2 & y^2 & z^2 & w^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 & w^3 \end{pmatrix}.$$

問 2 次の行列の逆行列を計算せよ.

$$(i) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \quad (ii) \begin{pmatrix} 1 & 0 & x & u & w \\ & 1 & 0 & y & v \\ & & 1 & 0 & z \\ & & & 1 & 0 \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$$

問 3 次の 1 次方程式を解け.

(i)  $a, b, c, d \in \mathbf{R}$  で少なくとも一つは 0 でないとする.

$$\begin{cases} ax_1 - bx_2 - cx_3 - dx_4 = 0; \\ bx_1 + ax_2 - dx_3 + cx_4 = 0; \\ cx_1 + dx_2 + ax_3 - bx_4 = 0; \\ dx_1 - cx_2 + bx_3 + ax_4 = 1. \end{cases}$$

(ii)

$$\begin{cases} 18x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 14x_4 = 1; \\ -6x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 = 0; \\ -9x_1 - x_2 - 2x_3 + 7x_4 = -2; \\ -x_1 + \quad \quad \quad x_4 = 1. \end{cases}$$

**問4** 空間内の3点  $A, B, C$  を座標によって、

$$A(a, 0, 0), \quad B(0, b, 0), \quad C(0, 0, c)$$

として与える。ただし  $a, b, c$  はすべて正とする。

(i) 3点  $A, B, C$  を通る平面  $H$  の法線ベクトル (normal vector) を求めよ。

(ii) 3点  $A, B, C$  を3頂点 (vertex) とする三角形  $\triangle ABC$  の面積  $S$  を求めよ。

**問5** 次の行列の階数を求めよ。もちろん場合わけは必要である。

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix}$$