数理統計学　練習問題 1

1. (i) 事象 A, B, C について，　$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B|A)P(C|A \cap B)$ であることを示せ.

(ii) ある嘘発見器は，実際に嘘をついているときに嘘であると判定する確率が 0.9 で，実際に真実を述べているのに嘘と判定される確率が 0.05 であるという．いま，嘘をつくのか真実を言うのか全く予測のつかない人がこの嘘発見器にかかったときに嘘であると判定された. この人が実際に嘘をついていた確率を求めよ.

2. (i) 二項分布 $B(n, p)$ に従う確率変数 X に対して 確率変数 2^X の期待値と分散を求めよ.

(ii) パラメーター λ のポアソン分布に従う確率変数 X の積率母関数 $M_X(t)$ を求め，X の期待値 $E[X]$ と分散 $V[X]$ を求めよ.

3. 確率変数 X は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとする.
X の期待値 $E[X]$ と 分散 $V[X]$ を定義に従って計算し，求めよ.

4. 2 次元正規分布に従う確率変数 $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ について，$V[X] = V[Y] = 2$ と $Cov(X, Y) = 1$ が成立しているとする．確率変数 $W = 4X + aY$ と確率変数 $Z = 2X + Y$ が独立となるように，実数 a の値を決定せよ.